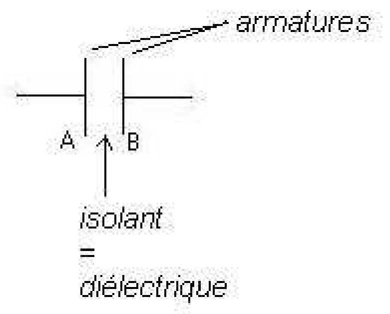
Etude d'un dipôle RC

	Un condensateur est caractérisé par sa capacité C en Farad. 1 mF = 10^{-3} F 1 µF = 10^{-6} F 1 nF = 10^{-9} F Pour décharger complétement un condensateur (Uc = 0) on le court-circuite =on relie les deux bornes par un fil.

Lorsqu'un condensateur est chargé, l' intensité du courant dans le circuit est nulle : c'est **le régime permanent. (par opposition au régime transitoire pendant lequel u varie)**

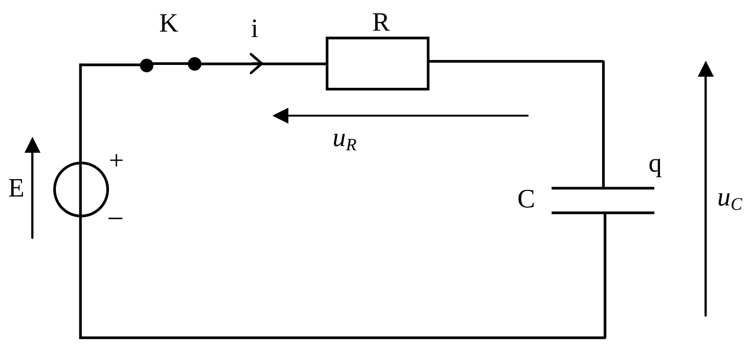


Figure 1

Le sens choisi pour l'intensité du courant est appelé le sens positif
Si le courant circule dans le sens positif alors i > 0
Si le courant circule dans le sens inverse au sens positif alors i < 0 (c'est le cas lors de la décharge)

Les tensions u_R et u_C respectent la convention **récepteur.**

<u>Expression de u_R en fonction de i</u> : **u_R = R.i** (loi d'Ohm) R en ohm, i en Ampères, u en volts

<u>Expression de i en fonction de la charge q du condensateur</u> : **i =** $\boldsymbol{\frac{dq_A}{dt}}$

Ou si *le générateur* délivre un courant constant : $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$

i : intensité
qa : charge de l'armature A par laquelle entre le courant
t : temps en seconde .

Relation liant q et u_C : **$q = C.u_c$**

On en déduit que : $i = \frac{dCu_c}{dt}$, C étant constant il vient : $i = C \cdot \frac{du_c}{dt}$

En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation entre E, u_R et u_C :

$E = u_R + u_C$

Etablissement de l'équation différentielle à laquelle obéit u_C :

$E = R.i + u_C$

$E = R.C.\frac{du_c}{dt} + u_C$ (1)

on obtient l'équation différentielle à laquelle obéit u_C : **$E = \tau.\frac{du_c}{dt} + u_C$**

avec **$\tau = R.C$**

/!\ dans la formule $\tau = R.C$ avec

R = résistance TOTALE (en Ω) en série C

τ : constante de temps en secondes

C capacité du condensateur en Farad F

Montrer que le produit RC est homogène à un temps :

$R = \frac{U}{I}$ $C = \frac{q}{U}$ Soit $[R\times C] = \frac{[U]}{[I]}\frac{[Q]}{[U]} = \frac{[Q]}{[I]}$

Or $I = \frac{Q}{\Delta t}$ soit $[I] = [Q].[T]^{-1}$

$[R\times C] = [T]$ donc RC est bien homogène à un temps

Vérification que **$u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$** est solution de l'équation différentielle (1).

$u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E - E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

On dérive la solution proposée :

$\frac{du_c}{dt} = 0 - E\,(-\frac{1}{\tau})\,e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

On remplace u_C et sa dérivée dans 1) :

$E = RC\,\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ soit $(RC/\tau - 1)\,e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$

La solution proposée vérifie bien l'équation différentielle si $RC = \tau$

Vérifier que $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$ respecte la condition initiale.

A t = 0 on a $u_C = E(1 - e^{-0/\tau}) = E(1 - 1) = 0$
C'est conforme aux conditions initiales : condensateur déchargé.

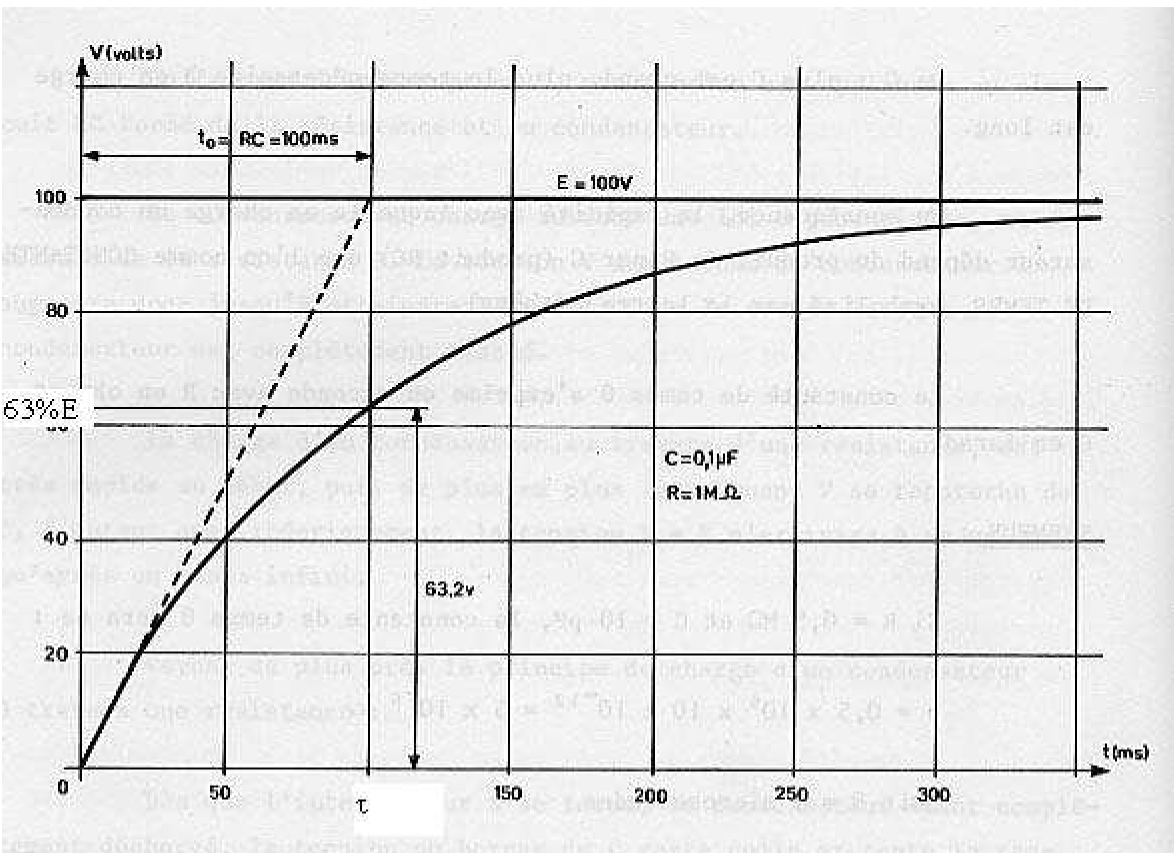
Etablissement de l'équation différentielle à laquelle obéit q(t) :

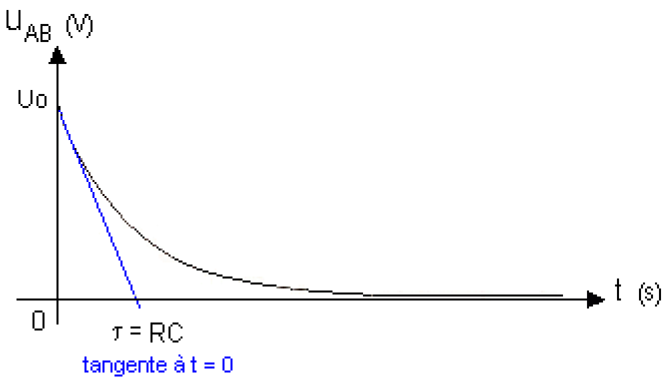
$$\mathbf{E = R.i + u_C}$$

Or $i = \frac{dq}{dt}$ et $u_C = \frac{q}{C}$ donc $E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$

Energie emmagasinée dans un condensateur :

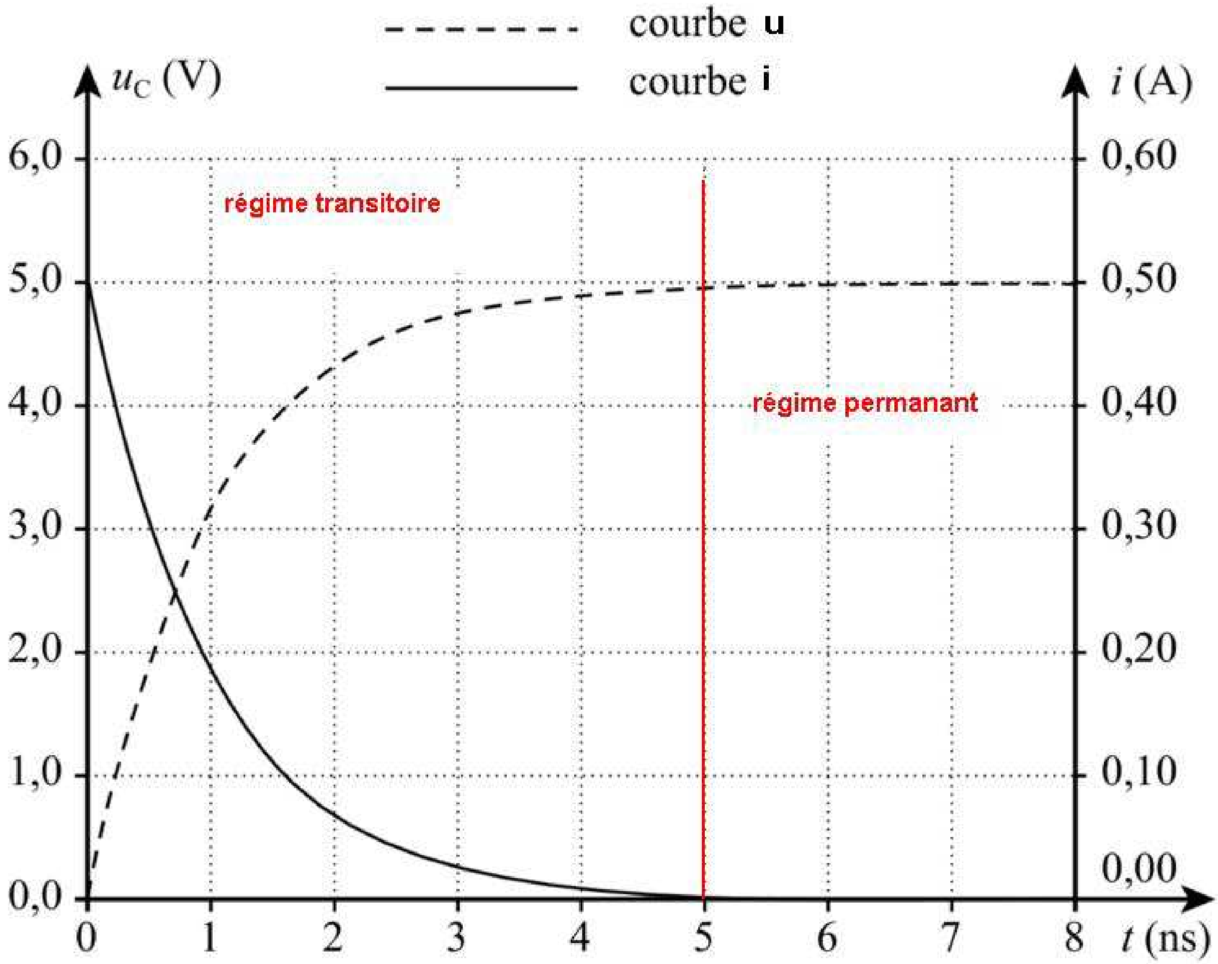
$E_c = \frac{1}{2} C U_c^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ énergie en Joule J, C en Farad F, u_c en Volts V, q en Coulomb C





U_{AB} (V)
Uo
0
t (s)
τ = RC
tangente à t = 0

ou 37% de U_0



courbe u
courbe i
u_C (V)
i (A)
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
0,0
0,60
0,50
0,40
0,30
0,20
0,10
0,00
régime transitoire
régime permanant
0
1
2
3
4
5
6
7
8
t (ns)